

Tentamen Calculus I, 31 oktober 2007, 9:00–12:00.

*Schrijf op elk in te leveren blad je naam, en op het eerste blad het aantal ingeleverde bladen. Alle (negen) opgaven tellen even zwaar. Het gebruik van boek(en), aantekeningen of een grafische rekenmachine is bij dit tentamen niet toegestaan.*

- (1) Laat zien, dat voor elk geheel getal  $n \geq 0$  geldt dat  $13^n - 6^n$  deelbaar is door 7.
- (2) Bewijs dat  $\ln(3)/\ln(2)$  geen rationaal getal is, dus niet te schrijven is in de vorm  $t/n$  waarbij  $t$  en  $n$  gehele getallen zijn.
- (3) Welke complexe getallen  $a + bi$  voldoen aan  $z^6 + z^4 + z^2 + 1 = 0$ ? (Hint:  $z^6 + z^4 = z^4(z^2 + 1)$ .)
- (4) Toon met de  $\epsilon, \delta$  definitie van ‘limiet’ aan, dat  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{6}{x} = 3$ .
- (5) Bepaal voor elk reëel getal  $a$  de limiet  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^a \ln(x)$ .
- (6) Heeft de functie  $f(x) = (\cos(x))^x$  in  $x = 0$  een lokaal minimum/ lokaal maximum/geen lokale extreem? Leg je antwoord uit.
- (7) Bepaal een primitieve van  $\sin(x) \cdot \tan^2(x)$ .
- (8) Bereken  $\int_0^1 \frac{x^4 - 3x^2}{x^2 + 1} dx$ .
- (9) Bepaal een oplossing  $y(x)$  van  $y' = \frac{3}{2}\sqrt{x} \cdot y - \frac{3}{2}\sqrt{x}$  die voldoet aan  $y(0) = 2$ .